Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)» (МГТУ им. Н.Э. Баумана)

Факультет «Робототехника и комплексная автоматизация»

Кафедра «Системы автоматизированного проектирования»

**Домашнее задание №4 по дисциплине**

**«Теория вероятностей и математическая статистика»**

**Вариант 18**

Выполнил:

студент группы РК6-36Б

Сергеева Д.К.

Москва

2020

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| R1 | G1 | B1 | R2 | G2 | B2 | R3 |
| 8 | 7 | 5 | 11 | 10 | 11 | 6 |
| G3 | B3 |  |
| 9 | 8 |

# Генератор псевдослучайных чисел

## Постройте свой генератор с параметрами a = R1, c = G1, X0 = B1, m = 100 (здесь и далее числовые значения берутся из таблиц исходных данных к первому домашнему заданию). Составьте таблицу элементов последовательности до первого повторения, определите период генератора.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| i | Xi | i | Xi | i | Xi |
| 0 | 5 |  |  |  |  |
| 1 | 47 | 21 | 47 | 41 | 47 |
| 2 | 83 | 22 | 83 | 42 | 83 |
| 3 | 71 | 23 | 71 | 43 | 71 |
| 4 | 75 | 24 | 75 | 44 | 75 |
| 5 | 7 | 25 | 7 | 45 | 7 |
| 6 | 63 | 26 | 63 | 46 | 63 |
| 7 | 11 | 27 | 11 | 47 | 11 |
| 8 | 95 | 28 | 95 | 48 | 95 |
| 9 | 67 | 29 | 67 | 49 | 67 |
| 10 | 43 | 30 | 43 | 50 | 43 |
| 11 | 51 | 31 | 51 | 51 | 51 |
| 12 | 15 | 32 | 15 | 52 | 15 |
| 13 | 27 | 33 | 27 | 53 | 27 |
| 14 | 23 | 34 | 23 | 54 | 23 |
| 15 | 91 | 35 | 91 | 55 | 91 |
| 16 | 35 | 36 | 35 | 56 | 35 |
| 17 | 87 | 37 | 87 | 57 | 87 |
| 18 | 3 | 38 | 3 | 58 | 3 |
| 19 | 31 | 39 | 31 | 59 | 31 |
| 20 | 55 | 40 | 55 | 60 | 55 |

Период равен 20

## Постройте свой генератор с рационально выбранными параметрами a и c (согласно таблицам ниже), X0 = B1, m = 100. Составьте таблицу элементов последовательности до первого повторения, убедитесь в достижении максимального периода генератора.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| i | Xi | i | Xi | i | Xi | i | Xi | i | Xi |
| 0 | 5 | 25 | 80 | 50 | 55 | 75 | 30 | 100 | 5 |
| 1 | 76 | 26 | 51 | 51 | 26 | 76 | 1 | 101 | 76 |
| 2 | 87 | 27 | 62 | 52 | 37 | 77 | 12 | 102 | 87 |
| 3 | 38 | 28 | 13 | 53 | 88 | 78 | 63 | 103 | 38 |
| 4 | 29 | 29 | 4 | 54 | 79 | 79 | 54 | 104 | 29 |
| 5 | 60 | 30 | 35 | 55 | 10 | 80 | 85 | 105 | 60 |
| 6 | 31 | 31 | 6 | 56 | 81 | 81 | 56 | 106 | 31 |
| 7 | 42 | 32 | 17 | 57 | 92 | 82 | 67 | 107 | 42 |
| 8 | 93 | 33 | 68 | 58 | 43 | 83 | 18 | 108 | 93 |
| 9 | 84 | 34 | 59 | 59 | 34 | 84 | 9 | 109 | 84 |
| 10 | 15 | 35 | 90 | 60 | 65 | 85 | 40 | 110 | 15 |
| 11 | 86 | 36 | 61 | 61 | 36 | 86 | 11 | 111 | 86 |
| 12 | 97 | 37 | 72 | 62 | 47 | 87 | 22 | 112 | 97 |
| 13 | 48 | 38 | 23 | 63 | 98 | 88 | 73 | 113 | 48 |
| 14 | 39 | 39 | 14 | 64 | 89 | 89 | 64 | 114 | 39 |
| 15 | 70 | 40 | 45 | 65 | 20 | 90 | 95 | 115 | 70 |
| 16 | 41 | 41 | 16 | 66 | 91 | 91 | 66 | 116 | 41 |
| 17 | 52 | 42 | 27 | 67 | 2 | 92 | 77 | 117 | 52 |
| 18 | 3 | 43 | 78 | 68 | 53 | 93 | 28 | 118 | 3 |
| 19 | 94 | 44 | 69 | 69 | 44 | 94 | 19 | 119 | 94 |
| 20 | 25 | 45 | 0 | 70 | 75 | 95 | 50 | 120 | 25 |
| 21 | 96 | 46 | 71 | 71 | 46 | 96 | 21 | 121 | 96 |
| 22 | 7 | 47 | 82 | 72 | 57 | 97 | 32 | 122 | 7 |
| 23 | 58 | 48 | 33 | 73 | 8 | 98 | 83 | 123 | 58 |
| 24 | 49 | 49 | 24 | 74 | 99 | 99 | 74 | 124 | 49 |

Период достигает максимального периода генератора (m)

## Для этого возьмите первые n = 50 значений из ранее полученной таблицы. Разбейте отрезок [0;99] на r = 10 равных частей [0;9], [10;19], …, [90;99]. Определите число элементов усечённой последовательности , попавших в соответствующий диапазон и постройте гистограмму.

|  |  |
| --- | --- |
| [0; 9] | 6 |
| [10; 19] | 5 |
| [20; 29] | 5 |
| [30; 39] | 5 |
| [40; 49] | 5 |
| [50; 59] | 4 |
| [60; 69] | 5 |
| [70; 79] | 5 |
| [80; 89] | 5 |
| [90; 99] | 5 |

## Для этого рассчитаем значение коэффициента по *n* = 50 точкам: , где *pi* – вероятность попадания случайной величины в соответствующий диапазон (численно соответствует площади под графиком плотности распределения для рассматриваемого диапазона). Для равномерного распределения , и поэтому в рассматриваемой задаче .

## В нашем случае требуется определить такое значение уровня значимости, с которым можно принять гипотезу о том, что статистическая выборка соответствует равномерному распределению. Полученный уровень значимости можно будет рассматривать как характеристику качества работы генератора случайных чисел, с помощью которого была получена статистическая выборка. Таблицы критических значений распределения в часто ограничены представлением уровней значимости, близкими к 0 или к 1. Поэтому в рамках решаемой задачи рекомендуется пользоваться расширенным вариантом этой таблицы, в котором представлены и промежуточные значения (приводится ниже).

В нашем случае , . Тогда ближайшим значением будет .

## Требуется рассчитать выборочные характеристики (выборочное среднее, смещённую и исправленную оценки выборочной дисперсии) для n = 5, 10, 25 и 50 и сравнить их с соответствующими характеристиками теоретического равномерного распределения (математическим ожиданием и дисперсией). Результаты свести в таблицу, с указанием величины отклонений от теоретических значений.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| n |  |  |  |
| 5 |  | 49.5 |  |
| 10 |  | 49.5 |  |
| 25 |  | 49.5 |  |
| 50 |  | 49.5 |  |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| n |  |  |  |
| 5 |  | 816.75 |  |
| 10 |  | 816.75 |  |
| 25 |  | 816.75 |  |
| 50 |  | 816.75 |  |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| n |  |  |  |
| 5 |  | 816.75 |  |
| 10 |  | 816.75 |  |
| 25 |  | 816.75 |  |
| 50 |  | 816.75 |  |

# Задание 2(GPSS)

Рассматривается имитационная модель системы массового обслуживания на GPSS. Смоделируем поведение покупателя в магазине, в котором работают 2 кассы, причём к каждой из них выстраивается отдельная очередь, а квалификация сотрудников немного отличается, поэтому время обслуживания распределено с разными параметрами. Все случайные интервалы времени для простоты будем считать равномерно распределёнными (но независимыми, привязанными к разным потокам случайных чисел). Каждая касса будет представлена одноканальным устройством, обращение к которым будем осуществлять по номерам. Очереди также будут идентифицироваться номерами, без введения символьных имён.

Моделирование будем проводить в течение 1 часа, в качестве единицы времени будем выбирать секунду. Время между приходом покупателей распределено на отрезке [0; R1+G1+B1]. Время обслуживания на первой кассе распределено на отрезке [R1; R1+G1+B1]. Время обслуживания на второй кассе распределено на отрезке [G1; R1+G1+B1].

При принятии решения покупатель сперва проверяет, есть ли свободная касса, и, если есть, направляется к ней. Если же обе кассы заняты, то выбирает кассу, очередь к которой в данный момент короче (очередь понимается с бытовой точки зрения, хотя модель можно было бы упростить, если иначе выбрать расположение блоков DEPART). Если же свободны обе кассы, или очередь к ним одинакова, то выбирается первая касса.

Перед описанием модели используем конструкцию EQU (сокращение от слова «эквивалентность») для удобства изменения привязки к потокам случайных чисел. По смыслу она аналогична директиве define препроцессора языка C.

rnd EQU 1

GENERATE (uniform(rnd,0,32))

GATE U 1,metka1

GATE U 2,metka2

TEST LE Q1,Q2,metka2

metka1 QUEUE 1

SEIZE 1

DEPART 1

ADVANCE (uniform(rnd+1,11,32))

RELEASE 1

TERMINATE

metka2 QUEUE 2

SEIZE 2

DEPART 2

ADVANCE (uniform(rnd+2,10,32))

RELEASE 2

TERMINATE

GENERATE 3600

TERMINATE 1

START 1

## Рассчитайте выборочные средние и исправленные выборочные оценки дисперсии для каждой собранной характеристики при n = 10, 25, 50, 100.

Загруженность 1 канала

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| n |  |  |  |
| 10 |  |  |  |
| 25 |  |  |  |
| 50 |  |  |  |
| 100 |  |  |  |

Загруженность 2 канала

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| n |  |  |  |
| 10 |  |  |  |
| 25 |  |  |  |
| 50 |  |  |  |
| 100 |  |  |  |

Средняя длина очереди 1 канала

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| n |  |  |  |
| 10 |  |  |  |
| 25 |  |  |  |
| 50 |  |  |  |
| 100 |  |  |  |

Средняя длина очереди 2 канала

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| n |  |  |  |
| 10 |  |  |  |
| 25 |  |  |  |
| 50 |  |  |  |
| 100 |  |  |  |

## На основе полученных выборок для n = 100 построить гистограммы. Ширину интервалов выбирать не более половины исправленной оценки среднеквадратичного отклонения соответствующей величины. При попадании в крайние интервалы менее 5 значений объединять их с соседними.

Загруженность 1 канала

|  |  |
| --- | --- |
| Интервал | Количество |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

Загруженность 2 канала

|  |  |
| --- | --- |
| Интервал | Количество |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

Средняя длина очереди 1 канала

|  |  |
| --- | --- |
| Интервал | Количество |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

Средняя длина очереди 2 канала

|  |  |
| --- | --- |
| Интервал | Количество |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

## Для каждой пары собранных характеристик рассчитайте выборочные ковариации и коэффициенты корреляции (для значений n = 10, 25, 50, 100).

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| n | Коэффициент загрузки | | Средняя длина очереди | |
| Выборочная ковариация | Коэффициент корреляции | Выборочная ковариация | Коэффициент корреляции |
| 10 |  |  |  |  |
| 25 |  |  |  |  |
| 50 |  |  |  |  |
| 100 |  |  |  |  |

## Для тех же значений n = 10, 25, 60 требуется рассчитать доверительные интервалы для математических ожиданий каждой из собранных характеристик с уровнями значимости α = 0,1 и 0,01 (для двусторонней симметричной области).

Загруженность 1 канала

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| n |  |  |
| 10 |  |  |
| 25 |  |  |
| 60 |  |  |

Загруженность 2 канала

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| n |  |  |
| 10 |  |  |
| 25 |  |  |
| 60 |  |  |

Средняя длина очереди 1 канала

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| n |  |  |
| 10 |  |  |
| 25 |  |  |
| 60 |  |  |

Средняя длина очереди 2 канала

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| n |  |  |
| 10 |  |  |
| 25 |  |  |
| 60 |  |  |